الاستجابة العابرة للأنظمة ذات الرتبة الثانية

Transient Response of Second Order Systems

(7) أوجد كل من التردد الطبيعي غير المخمد - التردد الطبيعي المخمد – معامل الإخماد – زمن الارتفاع – زمن القمة – زمن الاستقرار – أقصى تجاوز لنظام تحكم من الرتبة الثانية الدالة الناقلة الكلية له هي:

$$T(s) = \frac{K}{s^2 + 10s + K}$$

عندما يكون الكسب K (Gain):

(a) K = 25 (b) K = 225 (c) K = 625

وضح تأثير زيادة K على استجابة هذا النظام.

الحل:

عندما يكون الكسب (K=25)

$$T(s) = \frac{R(s)}{C(s)} = \frac{K}{s^2 + 10s + K} = \frac{25}{s^2 + 10s + 25}$$

معادلة الخواص هي : (1) $1 + G(s) * H(s) = 0 \longrightarrow s^2 + 10s + 25 = 0 \longrightarrow$

الصورة العامة لمعادلة الخواص هي (2) $s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \longrightarrow$

بمقارنة معاملات s في المعادلة (1) بـ (2) نجد ان:

$$\omega_n^2 = 25 \quad \rightarrow \quad \omega_n = 5 \quad rad/sec$$

$$2\delta\omega_n = 10 \quad \rightarrow \quad \delta = \frac{10}{10} = 1$$

- حساب زمن الارتفاع (t_r):

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-(1)^2}}{1}\right] = 0^\circ = 0 \ \ rad$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 5\sqrt{1-(1)^2} = 0 \ \ rad/sec$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - 0}{0} = \infty \quad sec$$

- حساب زمن القمة (t_p):

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{0} = \infty \ \ \text{sec}$$

- حساب زمن الاستقرار (t_s):

$$t_s = \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{4}{1 * 5} = 0.8 \ \ \text{sec}$$

- حساب أقصى تجاوز (M_p):

$$M_p\% = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 100e^{-\pi/\sqrt{1-(1)^2}} = 0\%$$

عندما يكون الكسب (K=225)

$$T(s) = \frac{R(s)}{C(s)} = \frac{K}{s^2 + 10s + K} = \frac{225}{s^2 + 10s + 225}$$

$1 + G(s) * H(s) = 0 \Longrightarrow s^2 + 10s + 225 = 0 \longrightarrow (1)$: معادلة الخواص هي

$s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \longrightarrow \quad (2)$ الصورة العامة لمعادلة الخواص هي

بمقارنة معاملات s في المعادلة (1) بـ (2) نجد ان:

$$\omega_n^2 = 225 \quad \rightarrow \quad \omega_n = 15 \ \ \text{rad/sec}$$

$$2\delta\omega_n = 10 \quad \rightarrow \quad \delta = \frac{10}{30} = 0.333$$

- حساب زمن الارتفاع (t_r):

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-(0.333)^2}}{0.333}\right] = 70.55^{\circ} = 1.23 \ \ \text{rad}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 15\sqrt{1-(0.333)^2} = 14.144 \ \text{rad/sec}$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - 1.23}{14.144} = 0.135 \ \ \text{sec}$$

- حساب زمن القمة (t_p):

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{14.144} = 0.222 \ \ \text{sec}$$

- حساب زمن الاستقرار (t_s):

$$t_s = \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{4}{0.333 * 15} = 0.8 \quad \text{sec}$$

- حساب أقصى تجاوز (M_p):

$$M_p\% = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 100e^{-0.333\pi/\sqrt{1-(0.333)^2}} = 32.97\%$$

عندما يكون الكسب (K=225)

$$T(s) = \frac{R(s)}{C(s)} = \frac{K}{s^2 + 10s + K} = \frac{225}{s^2 + 10s + 225}$$

معادلة الخواص هي : $1 + G(s) * H(s) = 0 \Rightarrow s^2 + 10s + 225 = 0 \longrightarrow (1)$

الصورة العامة لمعادلة الخواص هي $s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \longrightarrow (2)$

بمقارنة معاملات s في المعادلة (1) بـ (2) نجد ان:

$$\omega_n^2 = 225 \quad \rightarrow \quad \omega_n = 15 \quad \text{rad/sec}$$

$$2\delta\omega_n = 10 \quad \rightarrow \quad \delta = \frac{10}{30} = 0.333$$

- حساب زمن الارتفاع (t_r):

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-(0.333)^2}}{0.333}\right] = 70.55^\circ = 1.23 \quad \text{rad}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 15\sqrt{1-(0.333)^2} = 14.144 \text{ rad/sec}$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - 1.23}{14.144} = 0.135 \quad \text{sec}$$

- حساب زمن القمة (t_p):

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{14.144} = 0.222 \quad \text{sec}$$

- حساب زمن الاستقرار (t_s):

$$t_s = \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{4}{0.333 * 15} = 0.8 \quad \text{sec}$$

- حساب أقصى تجاوز (M_p):

$$M_p\% = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 100e^{-0.333\pi/\sqrt{1-(0.333)^2}} = 32.97\%$$

عندما يكون الكسب (K=625)

$$T(s) = \frac{R(s)}{C(s)} = \frac{K}{s^2 + 10s + K} = \frac{625}{s^2 + 10s + 625}$$

معادلة الخواص هي : $1 + G(s) * H(s) = 0 \Rightarrow s^2 + 10s + 625 = 0 \longrightarrow (1)$

الصورة العامة لمعادلة الخواص هي $s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \longrightarrow (2)$

بمقارنة معاملات s في المعادلة (1) بـ (2) نجد ان:

$$\omega_n^2 = 625 \quad \rightarrow \quad \omega_n = 25 \quad \text{rad/sec}$$

$$2\delta\omega_n = 10 \quad \rightarrow \quad \delta = \frac{10}{50} = 0.2$$

- حساب زمن الارتفاع (t_r):

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-(0.2)^2}}{0.2}\right] = 78.46^\circ = 1.37 \quad \text{rad}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 25\sqrt{1-(0.2)^2} = 24.5 \text{ rad/sec}$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - 1.37}{24.5} = 0.072 \quad \text{sec}$$

- حساب زمن القمة (t_p):

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{24.5} = 0.128 \text{ sec}$$

- حساب زمن الاستقرار (t_s):

$$t_s = \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{4}{0.2 * 25} = 0.8 \quad \text{sec}$$

- حساب أقصى تجاوز (M_p):

$$M_p\% = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 100e^{-0.2\pi/\sqrt{1-(0.2)^2}} = 52.66\%$$

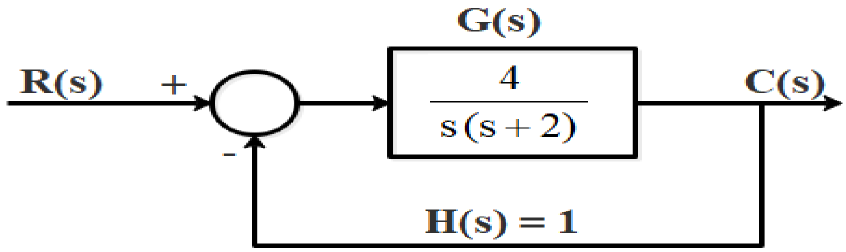
كلما زاد الكسب K كلما قله زمن الارتفاع وزمن القمة وزاد اقصي تجاوز

(9) بفرض أن لدينا الاســتجابة الزمنية لنظام تحكم ذو تغذية خلفية والدالة الناقلة الخلفية له تســاوى الواحد والدالة الناقلة الأساسية له هى:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$$

أوجد زمن الارتفاع – زمن القمة – زمن الاستقرار – أقصى تجاوز.

الحل:



$$\frac{R(s)}{C(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) * H(s)} = \frac{\frac{4}{s(s+2)}}{1 + \frac{4}{s(s+2)} * 1}$$

$$\frac{R(s)}{C(s)} = \frac{\frac{4}{s(s+2)}}{1 + \frac{4}{s(s+2)} * 1} * \frac{s(s+2)}{s(s+2)} = \frac{4}{s(s+2) + 4}$$

$$\frac{R(s)}{C(s)} = \frac{4}{s^2 + 2s + 4}$$

معادلة الخواص هي : $1 + G(s) * H(s) = 0 \Longrightarrow s^2 + 2s + 4 = 0 \longrightarrow (1)$

الصورة العامة لمعادلة الخواص هي $s^2 + 2\delta\omega_n + \omega_n^2 = 0 \longrightarrow (2)$

بمقارنة معاملات s في المعادلة (1) بـ (2) نجد ان:

$$\omega_n^2 = 4 \quad \rightarrow \quad \omega_n = 2 \quad \text{rad/sec}$$

$$2\delta\omega_n = 2 \quad \rightarrow \quad \delta = \frac{2}{4} = 0.5$$

- حساب زمن الارتفاع (t_r):

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-(0.5)^2}}{0.5}\right] = 60^{\circ} = 1.047 \ \ \text{rad}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 2\sqrt{1-(0.5)^2} = \sqrt{3}\ \text{rad/sec}$$

$$t_r = \frac{\pi-\beta}{\omega_d} = \frac{\pi-1.047}{\sqrt{3}} = 1.209 \ \ \text{sec}$$

- حساب زمن القمة (t_p):

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} = 1.814 \ \text{sec}$$

- حساب زمن الاستقرار (t_s):

$$t_s = \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{4}{0.5 * 2} = 4 \ \ \text{sec}$$

- حساب أقصى تجاوز (M_p):

$$M_p\% = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 100e^{-0.5\pi/\sqrt{1-(0.5)^2}} = 16.3\%$$

(9) لنفرض أن لدينا نظام من الرتبة الأولى ممثل بالمعادلة الآتية:

$$y'(t) + 5y(t) = 5u(t), \qquad y(0) = 0$$

حيث y تمثل الخرج، u تمثل الدخل ومعرفة كالأتى:

$$u(t) = \begin{cases} 2 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

أوجد ما يلى لهذا النظام:

(ا) الثابت الزمنى (ب) الكسب الكلى

(ج) الاستجابة الزمنية (د) ارسم منحنى الاستجابة

الحل:

بجراء تحويل لابلاس لدالة الدخل $U(s) = \frac{2}{s}$

$$\acute{y}(t) + 5\,y(t) = 5\,u(t)$$

باجراء تحويل لابلاس للمعادلة التفاضلية ووضع جميع الشروط الابتدائية مساويه بالصفر

$$Y(s) + 5\,Y(s) = 5\,U(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s+P_1} = \frac{5}{s+5}$$

بمقارنة الدالة الناقلة بالصوره العامة للدالة الناقلة لنظام من الدرجة الاولي نجد ان:

كسب النظام هو $K = 5$

قطب الدائرة المغلق $P_1 = 5$

الثابت الزمنى $\tau = \frac{1}{P_1} = \frac{1}{5} = 0.2$

$$Y(s) = \frac{5}{s+5}\,U(s) = \frac{5}{s+5} * \frac{2}{s} = \frac{10}{s(s+5)}$$

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+5} = \frac{A(s+5) + B(s)}{s(s+5)}$$
$$10 = A(s+5) + B(s)$$

عندما S=0

$10 = A(0+5) + B(0)$ $\qquad 10 = 5A \qquad A = 2$

عندما S=-5

$10 = A(-5+5) + B(-5)$ $\qquad 10 = -5B \qquad B = -2$

$$Y(s) = \frac{2}{s} - \frac{2}{s+5}$$

باستخدام تحويل لابلاس العكسى، تكون الاستجابة لأنظمة الدرجة الأولى هى:

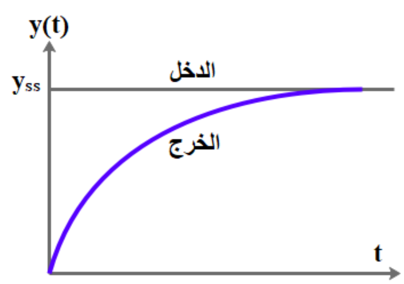
$$y(t) = 2 - 2e^{-5t}$$

Or

$$y(t) = y_{ss}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad y(t) = 2(1 - e^{-5t})$$

الاستجابة الزمنية $y_{ss} = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{t\to\infty} 2(1 - e^{-5\infty}) = 2$

منحنى الاستجابة



(13-b) لنفرض أن لدينا نظام من الرتبة الثانية معرف كالأتى:

$$y''(t) + 4y'(t) + 8y(t) = 8u(t), \qquad y(0) = y'(0) = 0$$

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

أوجد ما يلى:

(ا) التردد الطبيعى غير المخمد (ب) معامل ونوع الإخماد

(ج) كسب النظام (د) الاستجابة الزمنية لدالة خطوة قيمتها الوحدة

(هـ) ارسم منحنى الاستجابة الزمنية

الحل:

باستخدام تحويل لابلاس للمعادلة التفاضلية $s^2\,Y(s) + 4s\,Y(s) + 8\,Y(s) = 8\,U(s)$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

اذا

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = = \frac{8}{s^2 + 4s + 8}$$

معادلة الخواص هي : $1 + G(s) * H(s) = 0 \Longrightarrow s^2 + 4s + 8 = 0 \longrightarrow (1)$

الصوره العامة لمعادلة الخواص هي $s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \longrightarrow (2)$

بمقارنة معاملات s في المعادلة (1) بـ (2) نجد ان:

- كسب النظام $\omega_n^2 = 8$

- التردد الطبيعى غير المخمد $\omega_n = 2\sqrt{2} = 2.83\ \text{rad/sec}$

- معامل ونوع الإخماد $2\delta\omega_n = 4 \quad \rightarrow \quad \delta = \frac{4}{4\sqrt{2}} = 0.7$

النوع (مخمد)

- حساب زمن الارتفاع (t_r):

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-(0.7)^2}}{0.7}\right] = 45.57^\circ = 0.795\ \text{rad}$$

- التردد الطبيعى المخمد $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 2.83\sqrt{1-(0.7)^2} = 2.02\ \text{rad/sec}$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - 0.795}{2.02} = 1.16 \quad \text{sec}$$

- حساب زمن القمة (t_p):

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{2.02} = 1.55 \ \text{sec}$$

- حساب زمن الاستقرار (t_s):

$$t_s = \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{4}{0.7 * 2.83} = 2.01 \quad \text{sec}$$

- الثابت الزمني للنظام (τ)

$$\tau = \frac{1}{\delta\omega_n} = \frac{1}{0.7*2.83} = 0.504$$

- حساب أقصى تجاوز (M_p):

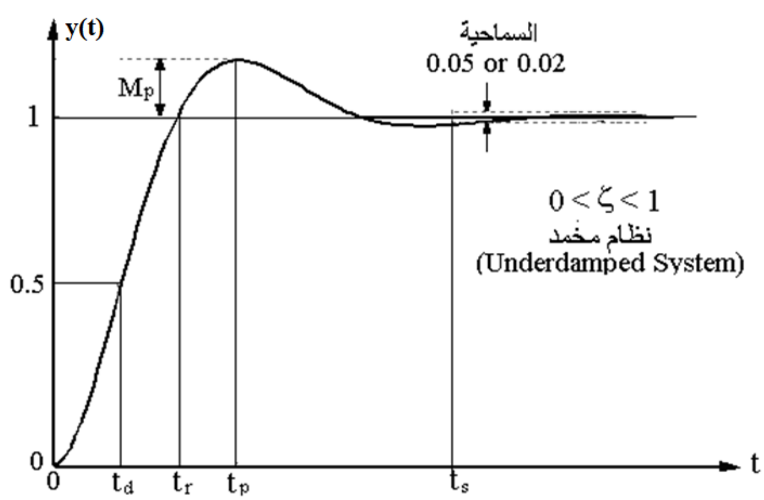
$$M_p\% = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 100e^{-0.7\pi/\sqrt{1-(0.7)^2}} = 4.59\%$$

- الاستجابة الزمنية لدالة خطوة قيمتها الوحدة

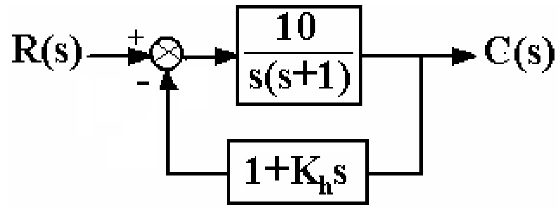
$$y(t) = 1 - \frac{e^{-t/\tau}}{\sqrt{1-\delta^2}} \sin[\omega_d t + \beta] \qquad \rightarrow \qquad (0 < \delta < 1)$$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-t/0.504}}{\sqrt{1-0.7^2}} \sin[\,2.02\,t + 0.795] \qquad \rightarrow \qquad (0 < \delta < 1)$$

- منحنى الاستجابة الزمنية



(13) فى الشكل التالى، أوجد قيمةK_h بحيث يكون معامل الإخماد لهذا النظام 0.5.



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{10}{s(s+1)}}{1+\frac{10(1+K_h s)}{s(s+1)}} * \frac{s(s+1)}{s(s+1)} = \frac{10}{s^2+s+10+10K_h s}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10}{s^2+(1+10K_h)s+10}$$

$1+\mathrm{G(s)}*\mathrm{H(s)}=0$ $\Longrightarrow$ $s^2+(1+10K_h)s+10=0$: معادلة الخواص هي

الصوره العامة لمعادلة الخواص هي (2) $\longrightarrow$ $\mathrm{s}^2+2\delta\omega_\mathrm{n}\mathrm{s}+\omega_\mathrm{n}^2=0$

بمقارنة معاملات s في المعادلة (1) بـ (2) نجد ان:

$\omega_\mathrm{n}^2=10$ $\longrightarrow$ $\omega_\mathrm{n}=\sqrt{10}=3.16\ \mathrm{rad/sec}$

ـ التردد الطبيعى غير المخمد

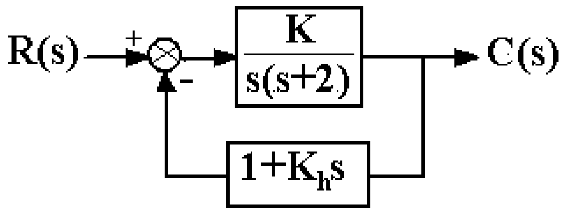
ـ معامل ونوع الإخماد $\delta=\frac{1+10K_h}{2\sqrt{10}}=0.5$ $\rightarrow$ $2\delta\omega_\mathrm{n}=1+10K_h$

النوع (مخمد)

$$10K_h=\left(0.5*2\sqrt{10}\right)-1$$

$$K_h=\frac{\left(0.5*2\sqrt{10}\right)-1}{10}=0.216$$

(14) بالإشـارة الى نظام التحكم الموضـح فى الشـكل التالى، أحسـب قيم كل من الثوابت K، K_h بحيث أن معامل الإخماد لهذا النظام هو 0.7 والتردد الطبيعى غير المخمد 4rad/sec.



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+2)}}{1+\frac{K(1+K_h s)}{s(s+2)}} * \frac{s(s+2)}{s(s+2)} = \frac{K}{s^2+s+K+KK_h s}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2+(1+KK_h)s+K}$$

معادلة الخواص هي : $s^2+(1+KK_h)s+K=0$ $\Longleftarrow$ $1+\mathrm{G(s)}*\mathrm{H(s)}=0$

الصوره العامة لمعادلة الخواص هي (2) $\longleftarrow$ $\mathrm{s}^2+2\delta\omega_\mathrm{n}\mathrm{s}+\omega_\mathrm{n}^2=0$

بمقارنة معاملات s في المعادلة (1) بـ (2) نجد ان:

ـ التردد الطبيعى غير المخمد $\omega_\mathrm{n}=4\ \ \mathrm{rad/sec}$ $\longleftarrow$ $\omega_\mathrm{n}^2=\mathrm{K}$

$\mathrm{K}=4^2=16$

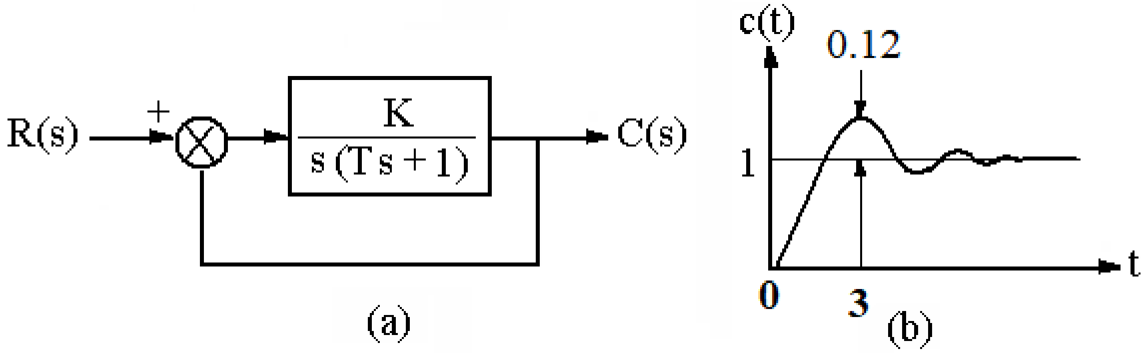
ـ معامل الإخماد $\delta=0.7$ $\rightarrow$ $2\delta\omega_\mathrm{n}=1+KK_h= 1+16K_h$

$$(2*0.7*4)-1=16K_h$$

$$K_h=\frac{(2*0.7*4)-1}{16}=0.225$$

معادلة الخواص هي : $s^2+5.6s+16=0$

(15) فى الشكل التالى، عندما يتعرض النظام الموضح فى الشكل (a) الى دخل دالة الخطوة قيمتها الوحدة، فان الخرج يكون كما هو موضح بالشكل (b)، أوجد قيم كل من K، T مستعيناً بمنحنى الاستجابة للنظام.



الحل:

- أقصى تجاوز (M_p):

$$M_p\% = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 12\ \%$$

$$M_p = e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 0.12$$

$$\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2} = \ln 0.12 = 2.12$$

بتربيع الطرفين

$$\delta^2\pi^2/1-\delta^2 = 2.12^2$$

$$\delta^2\pi^2 = 2.12^2(1-\delta^2)$$

$$\delta^2(\pi^2 + 2.12^2) = 2.12^2$$

$$\delta^2 = \frac{2.12^2}{(\pi^2 + 2.12^2)} = 0.31298$$

$$\delta = 0.56$$

- حساب زمن القمة (t_p):

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \ 3\ \ \text{sec}$$

$$\omega_d = \frac{\pi}{3} = 1.05\text{rad/sec}$$

- التردد الطبيعى المخمد $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\delta^2} = 1.05\ \ \text{rad/sec}$

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\delta^2}} = \frac{1.05}{\sqrt{1-0.56^2}} = 1.27 \ \text{rad/sec}$$

معادلة الخواص هي: $1 + G(s) * H(s) = 0$ $\longrightarrow$ $s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$

$$1 + \frac{K}{s(Ts+1)} = 0 \longrightarrow s(Ts+1) + K = 0$$

$$Ts^2 + s + K = 0 \longrightarrow s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{K}{T} = 0$$

بمقارنة معاملات s في المعادلة الخواص:→ $2\delta\omega_n = \frac{1}{T} = 2 * 0.56 * 1.27 = 1.42$

$$T = 0.704$$

$$\omega_n^2 = \frac{K}{T} = 1.27^2 = \frac{K}{0.704}$$

$$K = 1.135$$

معادلة الخواص هي $s^2 + 1.42s + 1.613 = 0$

(17) لتكن دائرة RC توالي، فاذا كانت قيمة سعة المكثف $10\mu F$ وقيمة المقاومة $20k\Omega$:

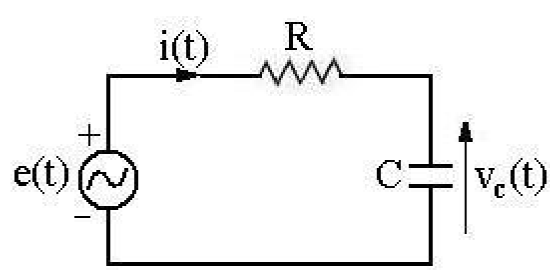
(أ) اوجد النموزج الرياضي للدائرة

(ب) احسب الثابت الزمني

(ج) الاستجابة الدائرة لجهد مستمر قيمته 5V علما بان المكثف لم يكن مشحونا عند بداية التشغيل.

الحل:

(أ) اوجد النموزج الرياضي للدائرة



$$e(t) = i(t)\,R + v_c(t), \quad i(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad e(t) = RC\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t)$$

بأخذ تحويل لابلاس لهذه المعادلة، نحصل على:

$$E(s) = RC\left[s\,V_c(s)\right] + V_c(s) \quad \Rightarrow \quad E(s) = V_c(s)\left[1 + RC\,s\right]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{V_c(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 + RC\,s}$$

وتكون الدالة الناقلة للنظام هى:

$$G(s) = \frac{V_c(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 + RC\,s} = \frac{1}{1 + \tau\,s}$$

حيث $\tau = RC$ ويسمى الثابت الزمنى للدائرة (Time constant).

(ب) احسب الثابت الزمني

$\tau = 0.2$

(ج) الاستجابة الدائرة لجهد مستمر قيمته $5V$ علما بان المكثف لم يكن مشحونا عند بداية التشغيل.

$$E(s) = \frac{5}{S}$$

$$\frac{V_c(s)}{E(s)} = \frac{K}{s + P_1} = \frac{5}{s + 5}$$

بمقارنة الدالة الناقلة بالصوره العامة للدالة الناقلة لنظام من الدرجة الاولي نجد ان:

كسب النظام هو $K = 5$

قطب الدائرة المغلق $P_1 = 5$

الثابت الزمنى $\tau = \frac{1}{P_1} = \frac{1}{5} = 0.2$

$$V_c(s) = \frac{5}{s + 5}\ E(s) = \frac{5}{s + 5} * \frac{5}{s} = \frac{25}{s(s + 5)}$$

$$V_c(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + 5} = \frac{A(s + 5) + B(s)}{s(s + 5)}$$

$$25 = A(s + 5) + B(s)$$

عندما S=0

$25 = A(0 + 5) + B(0) \qquad 25 = 5A \qquad A = 5$

عندما S=-5

$25 = A(-5 + 5) + B(-5) \qquad 25 = -5B \qquad B = -5$

$$V_c(s) = \frac{5}{s} - \frac{5}{s + 5}$$

باستخدام تحويل لابلاس العكسى، تكون الاستجابة لأنظمة الدرجة الأولى هى:

$$V_c(t) = 5 - 5e^{-5t}$$

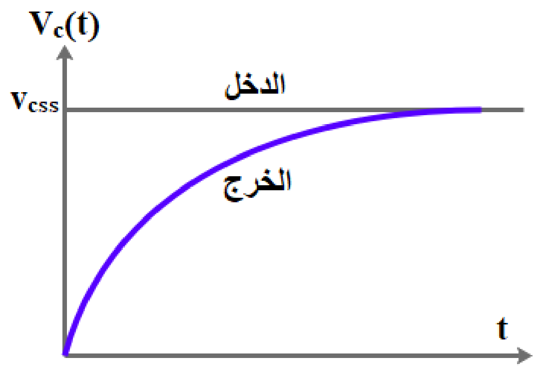
Or

$$V_c(s) = y_{ss}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad V_c(s) = 5(1 - e^{-5t})$$

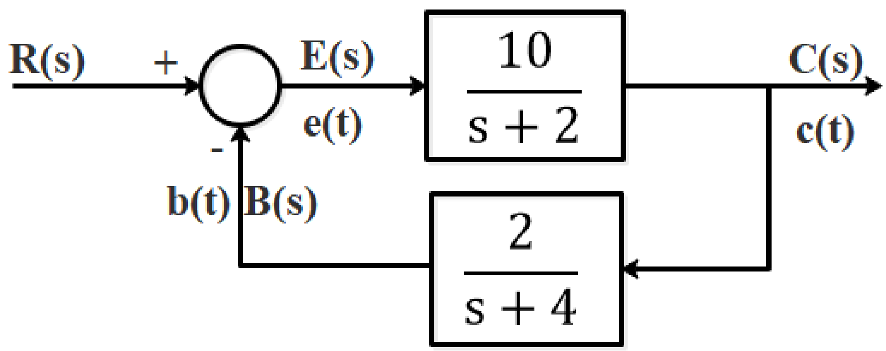
الاستجابة الزمنية

$$V_{c_{ss}} = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{t\to\infty} 5(1 - e^{-5\infty}) = 5$$

منحنى الاستجابة



(18) الشكل التالي يوضح نظام تحكم ذو تغذية خلفية.



اوجد مايلي:

(أ) الدالة الناقلة للدائرة الناقلة المغلقة.

(ب) تحويل لابلاس لاشارة الخطأ.

(ج) القيمة النهائية لاشارة الخطأ.

الحل:

(أ) الدالة الناقلة للدائرة الناقلة المغلقة.

$$T(s) = \frac{R(s)}{C(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) * H(s)} = \frac{\frac{10}{s+2}}{1 + \frac{10}{s+2} * \frac{2}{s+4}} * \frac{(s+2)(s+4)}{(s+2)(s+4)}$$

$$T(s) = \frac{\mathrm{R(s)}}{\mathrm{C(s)}} = \frac{10(\mathrm{s}+4)}{(\mathrm{s}+2)(\mathrm{s}+4)+20} = \frac{10(\mathrm{s}+4)}{s^2+6\mathrm{s}+28}$$

(ب) تحويل لابلاس لاشارة الخطأ.

$$\mathrm{E(s)} = \mathrm{R(s)} - \mathrm{B(s)} = \mathrm{R(s)} - \mathrm{H(s)\,C(s)}$$

$$\frac{\mathrm{C(s)}}{\mathrm{R(s)}} = \frac{\mathrm{G(s)}}{1+\mathrm{G(s)\,H(s)}} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{C(s)} = \frac{\mathrm{G(s)}}{1+\mathrm{G(s)\,H(s)}}\mathrm{R(s)}$$

$$\mathrm{E(s)} = \mathrm{R(s)} - \frac{\mathrm{G(s)\,H(s)}}{1+\mathrm{G(s)\,H(s)}}\mathrm{R(s)} = \left[\frac{1-\mathrm{G(s)\,H(s)}+\mathrm{G(s)\,H(s)}}{1+\mathrm{G(s)\,H(s)}}\right]\mathrm{R(s)}$$

$$\boxed{\mathrm{E(s)} = \frac{\mathrm{R(s)}}{1+\mathrm{G(s)\,H(s)}}}$$

بفرض ان الدخل دالة خطوه قمتها الوحدة $R(s) = \frac{1}{s}$

$$E(s) = \frac{1}{s^2+6\mathrm{s}+28}R(s) = \frac{1}{s(s^2+6\mathrm{s}+28)}$$

$$E(s) = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}} + \frac{\mathrm{Bs+C}}{s^2+6\mathrm{s}+28} = \frac{\frac{1}{28}}{\mathrm{s}} + \frac{-\frac{1}{28}\mathrm{s}-\frac{3}{14}}{s^2+6\mathrm{s}+28}$$

$$E(s) = \frac{\frac{1}{28}}{\mathrm{s}} + \frac{-\frac{1}{28}\mathrm{s}-\frac{3}{14}}{(S+3)^2+19} = \frac{\frac{1}{28}}{\mathrm{s}} - \frac{\frac{1}{28}(\mathrm{s}+3)}{(S+3)^2+19} - \frac{1}{\sqrt{19}}\frac{\frac{9}{28}\sqrt{19}}{(S+3)^2+19}$$

$$e(t) = \frac{1}{28} - \frac{1}{28}e^{-3t}\cos\sqrt{19}t - \frac{9}{28\sqrt{19}}e^{-3t}\sin\sqrt{19}t$$

(ج)القيمة النهائية لاشارة الخطأ.

$$e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty}\left[\frac{1}{28} - \frac{1}{28}e^{-3\infty}\cos\sqrt{19}\infty - \frac{9}{28\sqrt{19}}e^{-3\infty}\sin\sqrt{19}\infty\right]$$

$$e(\infty) = \frac{1}{28}$$

(6) اوجد قيم الاقطاب والاصفار Poles and Zeros للدوال التالية مع رسم هذه القيم في المستوي الاحداثيات المركب s-plane:

(a) $F(s) = \frac{10(s+2)}{s^2(s+1)(s+10)}$

لايجاد الاقطاب نقوم بوضع المقام يساوي صفر $s^2(s+1)(s+10) = 0$

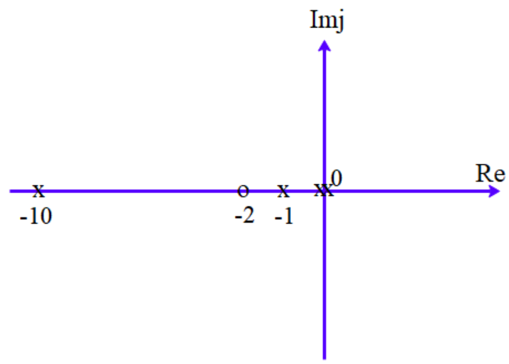
$$s_{1,2} = 0$$
$$s_3 = -1$$
$$s_4 = -10$$

الاقطاب =x

لايجاد الاصفار نقوم بوضع البسط يساوي صفر $10(s+2) = 0$

$$s_* = -2$$

الاصفار =o



(b) $F(s) = \frac{10s(s+4)}{(s+1)(s^2+5s+6)}$

لايجاد الاقطاب نقوم بوضع المقام يساوي صفر $(s+1)(s+2)(s+3) = 0$

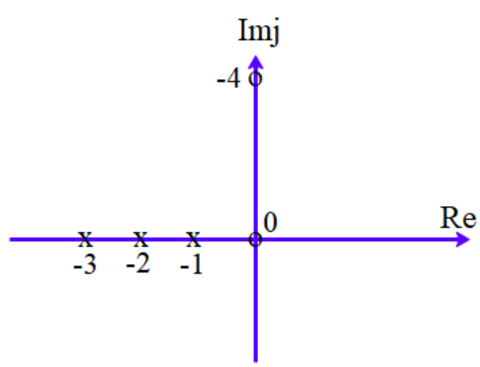
$$s_1 = -1$$
$$s_3 = -2$$
$$s_4 = -3$$

الاقطاب =x

لايجاد الاصفار نقوم بوضع البسط يساوي صفر $10s(s+4) = 0$

$$s_{*1} = 0$$
$$s_{*2} = -4$$

الاصفار =o



(c) $F(s) = \frac{10(s+1)}{s(s^2+4s+8)}$

لايجاد الاقطاب نقوم بوضع المقام يساوي صفر $s(s^2 + 4s + 8) = 0$

$$s_1 = 0$$

$$s_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 * 8}}{2} = -2 \pm \frac{\sqrt{-1}\sqrt{16}}{2}$$

$$s_{2,3} = -2 \pm \frac{4\sqrt{-1}}{2} == -2 \pm j2$$

الاقطاب =x

لايجاد الاصفار نقوم بوضع البسط يساوي صفر $10(s + 1) = 0$

$$s_{*1} = -1$$

الاصفار =o